# CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO E TRANSFERÊNCIA DE CARGAS NOS TRACTORES 1996

# ÍNDICE

1- Introdução
2- Considerações gerais sobre as principais forças que actuam num tractor em condições de equilíbrio longitudinal e transversal
2.1- Condições de equilíbrio longitudinal
2.1.1- Condições de equilíbrio longitudinal estático em tractores de rodas e terrenos planos1
2.1.2- Condições de equilíbrio longitudinal dinâmico em tractores de rodas e terreno plano2
2.1.3- Condições de equilíbrio longitudinal dinâmico em tractores de rastos e terreno inclinado4
2.2- Condições de equilíbrio transversal
3- Determinação do centro de gravidade e distribuição da massa nos eixos9
4- A transferência de massas resultantes da utilização de equipamentos montados e semi- montados
Bibliografia

#### 1- Introdução

A utilização dos tractores agrícolas faz-se, por vezes, em condições de estabilidade bastante precárias, pelo que o conhecimento das condições de equilíbrio e distribuição de massas é fundamental para se aumentar a segurança dos operadores.

Os trabalhos que oferecem maior risco de acidente são geralmente os transportes, pois são as operações em que se utilizam velocidades mais altas e que envolvem maiores cargas; a maior sinistralidade nestas operações prende-se, também, com a percentagem de tempo que elas ocupam, pois, numa exploração agrícola, é necessário assegurar quer o transporte dos factores de produção quer das produções.

Considerando que os reboques são os equipamentos normalmente empregues nos trabalhos de transporte é importante conhecer as condições de equilíbrio, a transferência de cargas e exigências de força de tracção, especialmente em situações de inclinação e/ou irregularidade do piso. A distribuição das massas, para além da importância no equilíbrio dos equipamentos, condiciona a capacidade de tracção dos tractores, pelo que uma transferência de cargas adequada, sem por em causa as condições de equilíbrio, permite aumentar a força de tracção.

# 2- Considerações gerais sobre as principais forças que actuam num tractor em condições de equilíbrio longitudinal e transversal.

Atendendo às condições topográficas da maioria das explorações a circulação dos equipamentos deve ter em consideração o declive longitudinal e transversal dos percursos por forma a evitarem-se condições de instabilidade que normalmente se traduzem em acidentes de consequências mais ou menos graves.

#### 2.1- Condições de equilíbrio longitudinal

O estudo das condições de equilíbrio longitudinal pode ser feito considerando o tractor imobilizado (condições de equilíbrio estático), ou desenvolvendo força de tracção (condições de equilíbrio dinâmico) e em situações de terreno plano ou com declive.

## 2.1.1- Condições de equilíbrio longitudinal estático em tractores de rodas e terrenos planos

Considerando as dimensões e forças representadas na figura 1, a equação que define a situação de equilíbrio é dada por:

$$W * b - R2 * a = 0 ou W * c = R1 * a$$
 (1)

em que:

- W massa do tractor;
- b a distância, medida na horizontal, entre o centro de gravidade e o eixo motriz;
- c distância, medida na horizontal, entre o centro de gravidade e o eixo directriz;
- R1 reacção do solo à carga suportada pelo eixo traseiro;
- R2 reacção do solo à carga suportada pelo eixo dianteiro;
- a distância entre eixos.

Como:

$$W = R1 + R2 \tag{3}$$

$$a = b + c \tag{4}$$

tem-se:

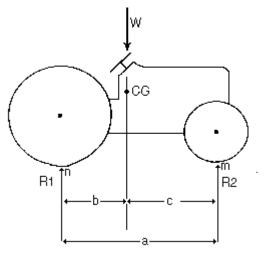
$$(R1 + R2) * b = R2 * (b + c)$$
 (5)

que é igual a :

$$R1 * b = R2 * c$$
 (6)

As reacções do solo R1 e R2 são dadas por:

R1= W \* 
$$\frac{c}{a}$$
 e R2= W \*  $\frac{b}{a}$  (7) (8)



**Figura 1**- Diagrama de um tractor de tracção simples com as distâncias entre eixos e as distâncias destes ao plano vertical que passa pelo centro de gravidade. Fonte: Mialhe (1980)

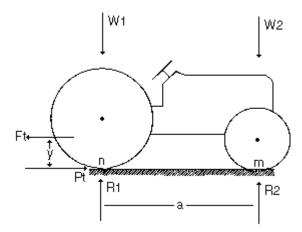
## 2.1.2- Condições de equilíbrio longitudinal dinâmico em tractores de rodas e terreno plano

Considerando o mesmo tractor e dimensões anteriores, mas desenvolvendo força de tracção (Ft), as condições de equilíbrio são muito diferentes, pois para além dos parâmetros anteriores, é

necessário ter em consideração esta força; esta depende da reacção tangencial do solo (potencial de tracção ou tensão de corte do solo) sob as rodas motrizes (Pt) e da resistência ao rolamento (Rr).

Atendendo à complexidade das forças envolvidas nesta situação o estudo do equilíbrio e transferência de massas é feito considerando as seguintes simplificações:

- o vector que traduz o potencial de tracção do solo é paralelo ao vector da força de tracção;
- o tractor, quando em movimento, desloca-se em linha recta e a velocidade constante, verificando-se um equilíbrio dinâmico entre as várias forças;
- a superfície de circulação é plana, deformável e homogénea;
- a reacção tangencial e normal do solo aplica-se no mesmo ponto, na interface solo sistema de locomoção.



**Figura 2-** Representação das principais forças que actuam num tractor quando este se encontra em movimento.

Fonte: Mialhe (1980)

Assim, em situação de equilíbrio, as forças paralelas à direcção de deslocamento anulam-se, acontecendo o mesmo com as forças perpendiculares àquela direcção, ou seja:

$$Ft - (Pt - Rr) = 0$$
 (9)

$$R1 + R2 - W1 - W2 = 0$$
 (10)

em que:

- W1 é a massa do tractor suportada pelo o eixo motriz;
- W2 massa do tractor suportada no eixo directriz.

Considerando os momentos em relação ao ponto n tem-se:

$$\Sigma Mn = W2 * a - R2 * a - Ft * y$$
 (11)

Resolvendo a equação 11 relativamente à carga suportada pelo eixo directriz tem-se:

R2 = W2 - Ft \* 
$$\frac{y}{a}$$
 (12)

Substituindo a equação 12 em 10 e resolvendo-a em ordem a R1 tem-se:

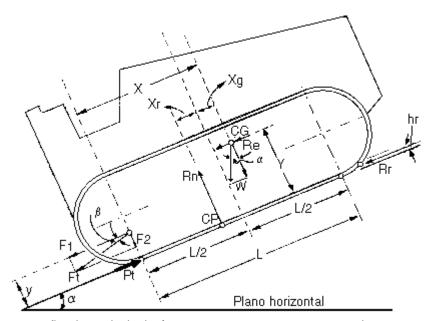
$$R1 = W1 + Ft * \frac{y}{a}$$
 (13)

Comparando as equações da reacção do solo (12 e 13) verifica-se que o termo Ft \* y/a designado por transferência de carga, tem sinal negativo para a reacção do solo no trem dianteiro e positivo no traseiro; esta distribuição significa que a massa do tractor retirada ao eixo dianteiro é suportada pelo eixo de trás.

Quando o valor da transferência de carga é igual à massa no eixo directriz o trem dianteiro do tractor levanta podendo dar-se o seu capotamento; para se evitar este tipo de acidente a "Draft ISO Recomendations Nº 942", indica como valor máximo de transferência de carga do eixo dianteiro para o traseiro de 80%.

#### 2.1.3- Condições de equilíbrio longitudinal dinâmico em tractores de rastos e terreno inclinado

Para os tractores de rastos desenvolvendo força de tracção e em situação de declive as principais forças envolvidas são as representadas na figura 3.



**Figura 3** Representação das principais forças que actuam num tractor de rastos em situação de declive e desenvolvendo força de tracção.

Fonte: Mialhe (1980)

Como se pode observar na figura 3 as forças que actuam no plano médio vertical, estabelecido segundo o comprimento do tractor, são as seguintes:

- a massa do tractor **(W)** que, em situações de declive é decomposta numa componente perpendicular ao solo (**(W \* cos a)**) e uma paralela a este (**(W \* sen a)**);
- a resistência de encosta (Re) resultante da massa do tractor e inclinação ;
- a força de tracção (Ft) decomposta segundo uma componente paralela ao solo (F1= Ft \* cos
   b) e uma perpendicular a este (F2 = Ft \* sen b);
- a reacção do solo (Pt) e a resistência ao rolamento (Rr);
- a resultante das forças normais de reacção do solo (Rn) que actuam no centro de pressão do rasto (CP), e a resultante da componente vertical da resistência ao rolamento (hr).

O centro de pressão é o ponto de aplicação da resultante das reacções normais do solo (**Rn**) no rasto; a sua localização não coincide normalmente com o ponto médio da área de contacto do rasto com o solo, designando-se esta diferença por afastamento do centro de pressão (**xr**).

Considerando os momentos das forças apresentadas relativamente ao centro de pressão temse:

$$\Sigma M_{CP} = W * \cos \alpha * (xr + xg) - (W * \sin \alpha + Re) * Y - F1 * y - Rr * hr - F2 * (X - xr - xg)$$
 (14)

em que:

- X é a distância do centro de gravidade ao eixo da roda motriz, medida paralelamente ao solo;
- xg o deslocamento do centro de gravidade relativamente ao ponto médio de assentamento do rasto, sendo o seu valor positivo se o CG estiver posicionado à frente deste ponto, ou, caso contrário, o seu valor é negativo;
- Y coordenada vertical do centro de gravidade;
- y distância ao solo à barra de tracção;

Desprezando o valor do produto Rr \* hr e resolvendo a equação 14 em ordem a xr tem-se:

$$xr = \frac{(W * sen \alpha + Re) * Y + Ft * (y * cos \beta + X * sen \beta)}{W * cos \alpha + Ft * sen \beta} - xg$$
(15)

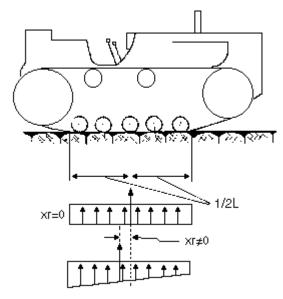
que dá o afastamento do centro de pressão quando o tractor se desloca em plano inclinado.

Para as mesmas condições, mas em plano horizontal a equação é a seguinte:

$$xr = \frac{Ft * (y * \cos \beta + X * \sin \beta)}{W * \cos \alpha + Ft * \sin \beta} - xg$$
 (16)

Quanto maior for o valor de xr, menor é a área de assentamento do rasto, diminuindo a capacidade de tracção e aumentando-se a resistência ao rolamento. Para os tractores agrícolas o CG situa-se na metade anterior do plano médio transversal da área de contacto do rasto - solo [ $xg \approx (0.05 - 0.08)$  L] e nos tractores industriais, em que os equipamentos são montados geralmente na parte dianteira dos tractores, o CG é deslocado para a traseira do tractor [ $xg \approx (0.02 - 0.05)$  L].

Relativamente à localização do centro de aplicação da reacção normal do solo no rasto dos tractores, centro de pressão, depende fundamentalmente da distribuição das reacções ao longo do comprimento da interface solo - rasto; esta distribuição depende por sua vez das características do solo e rasto (número de roletes e sua disposição).



**Figura 4** Exemplo da distribuição das reacções do solo nos rastos em função do afastamento do centro de pressão. Fonte: Mialhe (1980)

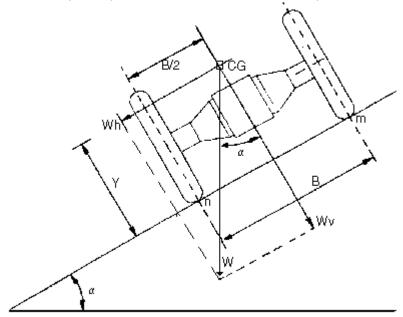
Considerando que a área de contacto solo - rasto depende do somatório das zonas de apoio que se formam sob cada um dos roletes, que são independentes umas das outras, pode-se afirmar que, para um número grande destes, a superfície de contacto coincide com a do rasto; esta situação verifica-se quando a relação entre a distância entre eixos dos roletes (n) e o passo dos elos das sapatas (l) é:

$$\frac{m}{l} \le 1.5 \text{ a } 1.7$$
 (17)

Assim, e como se pode observar na figura 4, à medida que o centro de pressão se afasta do ponto médio do rasto, a reacção normal do solo vai diminuindo, deixando o diagrama das pressões de ser rectangular para ser trapezoidal. Aumentando aquela distância (xr) o diagrama pode ser representado por um triângulo com o vértice coincidente com o bordo dianteiro da superfície do rasto; para valores de xr mais altos o vértice do triângulo que representa a distribuição das forças afasta-se do ponto de contacto dianteiro da superfície de apoio, o que implica uma diminuição da reacção do solo.

#### 2.2- Condições de equilíbrio transversal

O estudo das condições de equilíbrio transversal é especialmente importante quando se trabalha em declives laterais e tem como objectivo permitir determinar o valor da inclinação que permite trabalhar sem haver riscos de capotamento. A inclinação é expressa em % e é determinada pela tangente do ângulo formado pela superfície do terreno relativamente ao plano horizontal (\* 100).



**Figura 5**- Diagrama das forças que actuam num tractor de rodas ao deslocar-se num terreno inclinado. Fonte: Mialhe (1980)

Como se observa na figura 5 a massa do tractor actua em dois planos, um vertical ao solo e outro paralelo a este, sendo os seus valores dados por:

$$Wv = W * \cos \alpha \tag{18}$$

Wh = W \* sen 
$$\alpha$$
 (19)

pelo que o equilíbrio estático lateral se obtêm quando o somatório dos momentos em relação ao ponto n se anulam, ou seja:

$$\Sigma Mn = Wv * B/2 - Wh * Y=0$$
 ou  $Wv * B/2 = Wh * Y$  (20)

Substituindo as equações 18 e 19 em 20 tem-se:

$$(W * \cos \alpha) * B/2 = (W * \sin \alpha) * Y$$
 (21)

ou seja:

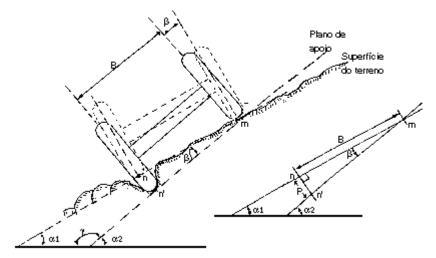
$$\frac{B}{2Y} = \frac{W * sen \alpha}{W * cos \alpha} = tg \alpha$$
 (21)

o que, como tg  $\alpha$  corresponde ao declive transversal, permite concluir que a estabilidade lateral verificase quando o declive (d) for inferior ao valor dado por:

$$d = \frac{B}{2v} * 100 (22)$$

Quando em movimento o capotamento lateral do tractor verifica-se muito antes de se atingir este valor, pelo que deve determinar-se o declive operacional limite (d<sub>I</sub>), ou seja, o declive que permite trabalhar sem haver perigo de acidente.

Para estudo deste declive consideremos um tractor a mobilizar um terreno com uma dada inclinação e em que as rodas a jusante da encosta se encontrem no fundo do rego, figura 6.



**Figura 6-** Mobilização de um solo com declive lateral em que o tractor apresenta as rodas a jusante no fundo do rego.

Fonte: Mialhe (1980)

Nestas condições o declive operacional é determinado considerando o ângulo do plano de apoio, que é função da bitola do tractor, e o desnível entre os pontos de contacto n e n'.

Assim, tem-se:

$$tg \beta = \frac{P}{B} = k \tag{23}$$

que representa o aumento de declive motivado pela deslocação do tractor com um dos rodados no fundo do rego; a inclinação do plano de apoio das rodas será o resultado daquela inclinação e da inclinação natural da superfície do terreno, ou seja:

$$tg \alpha 2 = tg (\alpha 1 + \beta)$$
 ou  $tg \alpha 2 = \frac{tg \alpha 1 + tg \beta}{1 - tg \alpha 1 * tg \beta}$  (24)

Substituindo a equação 23 em 24 e resolvendo-se em ordem a tg  $\alpha$ 1, que representa o decline operacional limite tem-se:

$$tg \alpha 1 = \frac{tg \alpha 2 + k}{tg \alpha 2 * k + 1}$$
 (25)

Considerando que  $\alpha 2$  representa o declive do plano de apoio o declive operacional limite d, será dado por:

$$d_{I} = \frac{d_{pa} + \frac{P}{B}}{d_{pa} * \frac{P}{B} + 1}$$
 (26)

Em condições de equilíbrio estático (d<sub>pa</sub> = B / 2y) a equação 26 será:

$$d_{l} = \frac{\frac{B^{2}}{2 * y} - P}{\frac{P * B}{2 * y} + B}$$
 (27)

em que P representa o desnível entre o contacto dos pneus com o solo, quer este resulta da situação anterior, mobilização do solo, quer das irregularidades do piso.

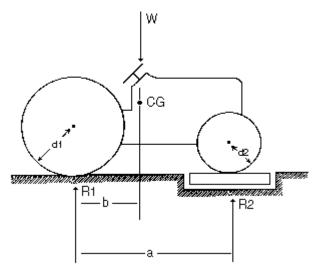
Como norma de segurança deve-se trabalhar apenas até metade da inclinação correspondente ao declive operacional limite.

### 3- Determinação do centro de gravidade e distribuição da massa nos eixos

O estudo das condições de equilíbrio implica que se determine a localização do centro de gravidade dos equipamentos. Em trabalhos por nós realizados utilizamos o método da dupla pesagem por suspensão, que consiste na montagem de quatro extensões aparafusadas nas jantes das rodas, que são ligadas por quatro cabos de aço a duas barras transversais; estas encontram-se ligadas por dois cabos a duas roldanas que deslizam na trave superior de um pórtico, onde será suspenso o tractor. Nestes cabos, entre as roldanas e as duas barras transversais, encontram-se intercalados dois captores extensométricos que estão ligados a uma unidade de leitura que indica a carga suportada por cada um dos cabos.

A suspensão do tractor segundo o esquema apresentado permite obter a sua horizontalidade transversal e variar a inclinação longitudinal, simulando assim diferentes declives do terreno.

Na ausência dos equipamentos mencionados a determinação do centro de gravidade pode ser efectuada como a seguir se indica, ou seja, utilizando o método da dupla pesagem, sem suspensão, que consiste na determinação da carga no eixo dianteiro em condições de horizontalidade e inclinação; caso se suspende-se o tractor pelo centro de gravidade, com um cabo, este manter-se-ia perfeitamente horizontalizado quer no plano longitudinal quer no transversal.

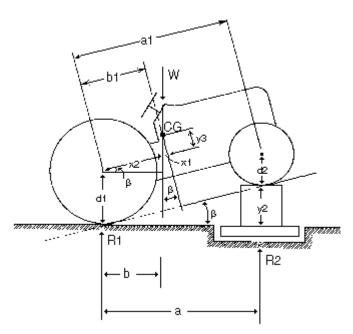


**Figura 7**- Determinação da localização do centro de gravidade num tractor de duas rodas motrizes colocado num plano horizontal, utilizando o método da dupla pesagem. Fonte: Mialhe (1980)

Considerando a figura 7, o momento relativamente ao ponto de contacto solo - rodas traseiras é dado por:

$$b = \frac{R_2 * a}{W} \tag{28}$$

sendo b a distância, medida na horizontal, entre o CG e o eixo motriz.



**Figura 8** Determinação da localização do centro de gravidade num tractor de duas rodas motrizes colocado num plano inclinado, utilizando o método da dupla pesagem. Fonte: Mialhe (1980)

O levantamento do trem dianteiro faz com que o plano que contem o CG seja deslocado para a parte posterior do tractor sendo a distância ao eixo motriz dada por b1 e y3; a localização do CG resulta

assim da intercepção dos planos verticais ao declive que passam por b (posição horizontal) e b1 (posição inclinada).

Da figura 8 conclui-se que:

$$tg \ \beta = \frac{x_1}{y_3}$$
 ou  $tg \ \beta = \frac{b_1 - x_2}{y_3}$  (29)

donde se obtêm:

$$y_3 = \frac{b_1 - x_2}{tq \beta} \tag{30}$$

como:

$$\cos \beta = \frac{b}{x_2}$$
 ou  $x_2 = \frac{b}{\cos \beta}$  (31)

tem-se:

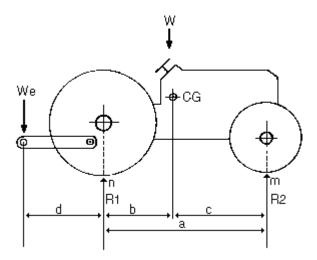
$$y_3 = \frac{b_1 - \frac{b}{\cos \beta}}{tg \beta} \tag{32}$$

que dá a distância do centro de gravidade ao plano paralelo ao solo e que passa pelo centro do eixo motriz.

# 4- A transferência de massas resultantes da utilização de equipamentos montados e semimontados.

A utilização de equipamentos montados e semi-montados implica que toda ou parte da sua massa seja transferida para os tractores o que, para além de alterarem as condições de equilíbrio, implicam diferenças no comportamento à tracção.

Assim, e considerando a figura 9, observa-se que para além das massas já anteriormente consideradas, existe ainda a que resulta do equipamento com que o tractor se encontra a trabalhar, que se considera como tendo o seu fulcro na extremidade dos braços inferiores do sistema tripolar de engate; o equipamento é semi-montado não existindo qualquer ligação com o terceiro ponto do sistema tripolar de engate.



**Figura 9**- Representação das principais forças que actuam num conjunto tractor - equipamento, sendo este semi-montado.

Fonte: Mialhe (1980)

Considerando o momento relativo ao ponto de contacto solo pneus traseiros tem-se:

$$\Sigma Mn = W * b - R2 * a - We * d = 0$$
 ou  $W * b = R2 * a + We * d$  (33)

Resolvendo esta equação em ordem a R2 tem-se:

$$R2 = \frac{W * b - W_e * d}{a}$$
 (34)

que traduz a redução da massa no eixo directriz do tractor como resultado do peso que se exerce no sistema de engate.

A situação de equilíbrio para as condições representadas na figura 9, serão assim obtidas quando as forças normais ao solo se anulam, ou seja:

$$W + We - R1 - R2 = 0$$
 ou  $W = R1 + R2 - We$  (35)

que quando se aplica à equação 35 obtem-se:

$$R1 * b + R2 * b - We * b = R2 * a + We * d$$
 (36)

Como a = b + c a equação 37 transforma-se em:

$$R1 * b = R2 * c + We * (b + d)$$
 (37)

Caso o valor de We no sistema de engate seja nulo as condições de equilíbrio são semelhantes às anteriormente apresentadas; a existência desta massa no sistema tripolar implica um aumento de carga no eixo traseiro do tractor, que se designa por transferência de carga, e que altera não só as condições de equilíbrio como também a capacidade de tracção.

## **Bibliografia**

- Barger, E.; Liljedahl, J.; Carleton, W.; McKibben, E. (1963). Tractors and their power units. New York. John Wiley & Sons, Inc.
- Bianchi de Aguiar, F. (1987). Comportamento à tracção do tractor de rasto nos novos sistemas de cultura da vinha da Região Demarcada do Douro. UTAD.
- CEMAGREF- Livre du Maitre. (1974). Tracteurs et machines agricoles. Tome 3. Antony. CEMAGREF.
- Mialhe, L. (1980). Máquinas motoras na agricultura. Volume 2. S.Paulo. E.P.U.
- Zwaenepoel. (1989). Le matériel roulant agricole et forestier. Danger: pente. BTMEA **35**: 34-42. CEMAGREF.